Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:……………………………………………..
……………………………………………………………….
Inițiala prenumelui tatălui: ……………………..........
Prenumele:…………………………………..............
.............……………………....………………
Școala de proveniență: ………........................
……………………………………………………………….
Centrul de examen: ....
Localitatea: …………………………………...........

Nume și prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2021 – 2022
Matematică

Simulare județeană

Februarie 2022

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I

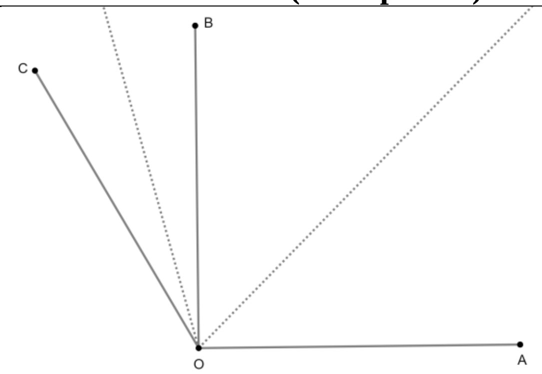
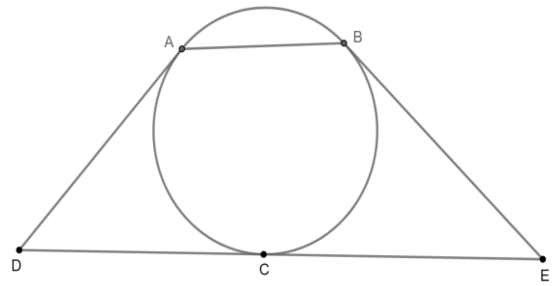
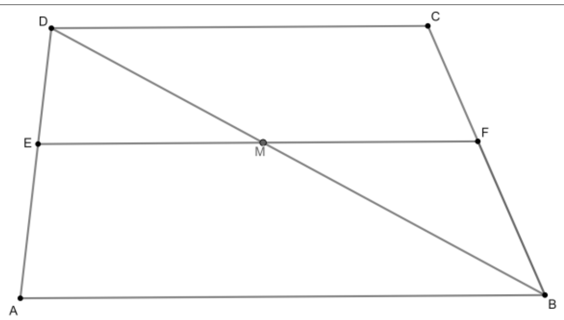
Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Numărul natural de forma $\overline{a2}$ divizibil cu 18 este: a) 32 b) 52 c) 36 d) 72
5p	**2.** Suma numerelor naturale din intervalul $(-3, 3\sqrt{2}]$ este egală cu : a) 4 b) 6 c) 7 d) 10
5p	**3.** Probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătrat perfect: a) $\frac{1}{15}$ b) 15 c) $\frac{89}{6}$ d) $\frac{6}{89}$
5p	**4.** Dacă $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ atunci $\frac{2x+y}{x-y}$ este : a) -5 b) 1 c) -7 d) 2

5p	**5.** O bicicletă a costat 800 de lei. Dacă după o reducere cu p%, prețul a devenit 720 lei, atunci p este egal cu a) 5% b) 15% c) 10% d) 20%
5p	**6.** Într-o anumită lună, trei zile de duminică au căzut în date exprimate prin numere pare. Andrei afirmă că ziua de 3 a acestei luni cade într-o zi de marți. Afirmația lui Andrei este : a) adevărată b) falsă

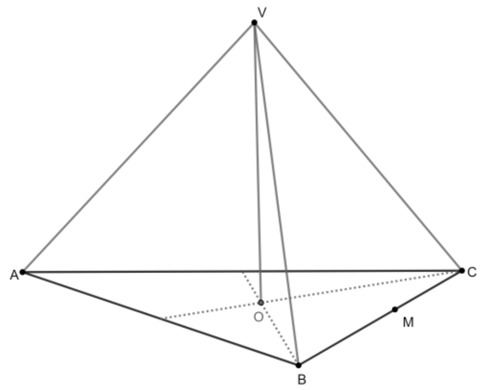
SUBIECTUL al II- lea

Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se dau unghiurile adiacente $\measuredangle AOB$ și $\measuredangle BOC$ astfel încât $\measuredangle AOB = 3 \cdot \measuredangle BOC$. Știind că bisectoarele lor formează un unghi de 60°, $\measuredangle AOC$ are măsura a) 30° b) 90° c) 120° d) 60°	
5p	**2**. În figura alăturată, AD,DE,BE sunt tangente la cerc și $DE = 10cm, AB = 4cm$. Perimetrul patrulaterului ADEB este a) $24cm$ b) $15cm$ c) $18cm$ d) $22cm$	
5p	**3**. Fie trapezul ABCD, cu bazele $AB = 14cm, CD = 7cm$, și punctul $E \in AD$ astfel încât $\frac{DE}{AE} = \frac{3}{4}$. Paralela EF la baze, $F \in BC$, intersectează BD în M. Știind că $d(M, DC) = 3cm$, aria trapezului ABCD este a) $343cm^2$ b) $73,5cm^2$ c) $147cm^2$ d) $98cm^2$	

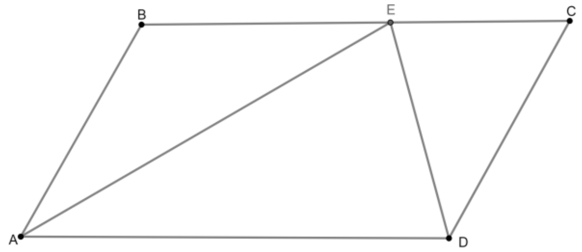
5p **4.** Piramida triunghiulară regulată VABC are înălțimea $VO=\sqrt{15}cm$ și raza cercului circumscris bazei de $4\sqrt{3}cm$. Valoarea minima a sumei AM+VM, unde $M\in BC$, este :

a) $3\sqrt{3}cm$
b) $6\sqrt{3}cm$
c) $9\sqrt{3}cm$
d) $12\sqrt{3}cm$



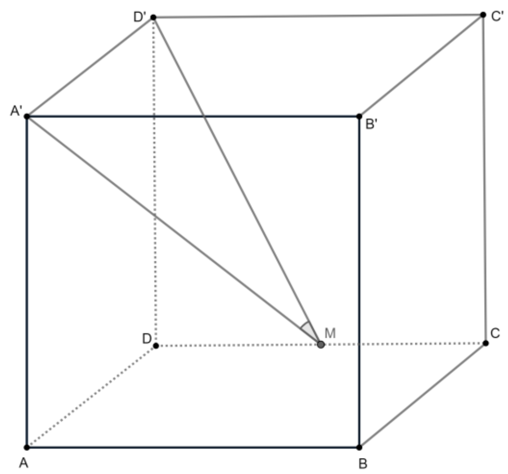
5p **5.** Bisectoarea unghiului A a paralelogramului ABCD intersectează latura BC în E iar bisectoarea unghiului AEC trece prin D. Știind că $\measuredangle EDC=45^\circ$, măsura unghiului BAD este

a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) 15°



5p **6.** În figura alăturată este reprezentat un cub ABCDA’B’C’D‘, în care $AB=6cm$, iar M este mijlocul segmentului CD. Sinusul unghiului $A'MD'$ este:

a) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$
b) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$
c) $\dfrac{3}{2}$
d) $\dfrac{2}{3}$



SUBIECTUL AL III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Andrei a început rezolvarea problemelor din tema de vacanță pe 1 august. În fiecare zi a rezolvat același număr de probleme și a terminat tema pe 31 august. Dacă în prima zi ar fi rezolvat de 4 ori mai puține probleme și în fiecare zi următoare câte o problemă mai mult decât în ziua precedentă , el ar fi terminat rezolvarea temei tot pe 31 august.

(2p) a) Este posibil ca numărul de probleme să fie 125 ? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Câte probleme a avut de rezolvat Andrei pentru tema de vacanță?

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)^2-2(1+x)(x-1)-x(x+8)-2$, unde $x\in\mathbb{R}$.

(3p) a) Arătați că $E(x)=x^2+4x+9$, pentru orice număr real *x*.

(2p) b) Aflați valoarea lui *a* pentru care E(*a*) are valoarea minimă și determinați acest minim .

5p **3.** Se consideră numerele $a=2\sqrt{6}\cdot\left(\frac{5}{\sqrt{3}}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)-18\sqrt{6}\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}-\frac{1}{3\sqrt{2}}\right)-1$ și

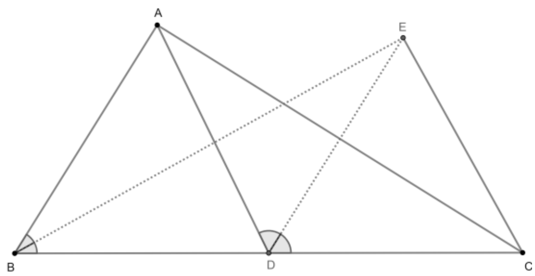
$b=1+3\cdot\sqrt{\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)^2}-24\sqrt{6}\cdot\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}-\frac{1}{4\sqrt{2}}\right)$.

(2p) a) Arătați că $a=\sqrt{2}-1$.

(3p) b) Demonstrați că media aritmetică a numerelor a și b aparține intervalului $\left(\sqrt{a\cdot b},\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\right)$.

5p **4.** În triunghiul ABC, $\measuredangle A=90^\circ$, D este mijlocul laturii BC, iar E este punctul de intersecție al bisectoarelor unghiurilor ABC și ADC.

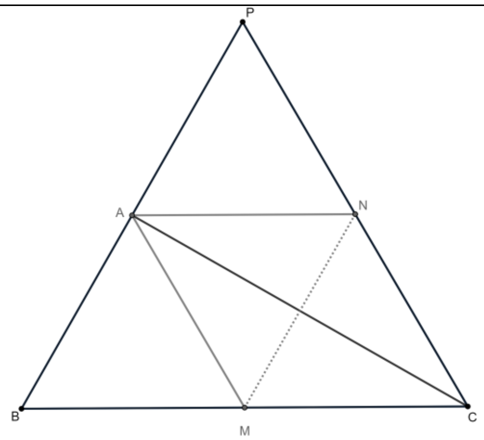
(2p) a) Arătați că $DE \parallel AB$.



(3p) b) Dacă $BC=12cm$ și $\measuredangle EBC=30^\circ$, calculați aria triunghiului BEC.

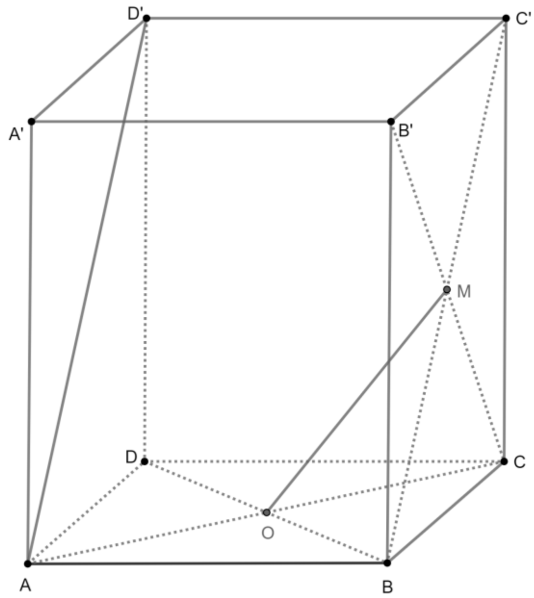
5p **5.** Fie ABC un triunghi și M un punct de pe latura BC. Notăm cu N simetricul lui M față de latura AC. Știind că patrulaterele ABMN și AMCN sunt romburi, se cere:

(2p) a) Aflați măsura unghiurilor triunghiului ABC.



(3p) b) Dacă P este punctul de intersecție al dreptelor AB și NC, arătați că AMNP este romb.

5p	**6**. Prisma patrulateră regulată ABCDA'B'C'D' are latura bazei $AB = 6cm$, înălțimea $AA' = 3\sqrt{2}cm$, iar $BC' \cap B'C = \{M\}$ și $AC \cap BD = \{O\}$.



(2p) a) Calculați sinusul unghiului format de dreptele OM și AD'.

(3p) b) Demonstrați că, dacă N este simetricul punctului A față de punctul B, atunci planele $(CC'N)$ și $(BB'D)$ sunt paralele.

EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI aVIII-a
Anul şcolar 2021-2022
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ŞI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se acordă punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

	1	2	3	4	5	6
Subiectul I (30p)	**d**	**d**	**a**	**c**	**c**	**b**
Subiectul II (30p)	**c**	**a**	**b**	**c**	**c**	**d**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	**a)** $125 = 31 \cdot 4 + 1$ Cum $125 \not\vdots 31$, deducem că nu este posibil ca numărul de probleme să fie 125.	**1p** **1p**
	b) Fie *4a* numărul de probleme rezolvate zilnic în primul caz tema a avut $31 \cdot 4a = 124a$ probleme. În al doilea caz, Andrei a rezolvat *a* probleme pe zi, *a+1* în a doua, …, *a+30* în ultima zi, deci tema are $a+(a+1)+(a+2)+...+(a+30) = 31a + \frac{30 \cdot 31}{2} = 31(a+15)$ probleme Deducem $31(a+15) = 124a \Leftrightarrow a+15 = 4a \Rightarrow a = 5$, tema are $124 \cdot 5 = 620$ probleme	**1p** **2p**
2.	**a)** $(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$ $E(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 2(x^2 - 1) - x^2 - 8x - 2$ $E(x) = x^2 + 4x + 9$	**1p** **1p** **1p**
	b) $E(a) = (a+2)^2 + 5$ $(a+2)^2 \geq 0, \forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow (a+2)^2 + 5 \geq 5, a = -2, E_{\min} = 5$	**1p** **1p**
3.	**a)** $a = 10\sqrt{2} - 6\sqrt{3} - 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} - 1$ $a = \sqrt{2} - 1$	**1p** **1p**
	b) $b = 1 + 3 \cdot \left|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right| - 8\sqrt{2} + 6\sqrt{3} = 1 + \sqrt{2}$ $m_a(a,b) = \sqrt{2}, \sqrt{a \cdot b} = 1, \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} = \sqrt{3}$	**1p** **1p**

	finalizare	**1p**
4.	**a)** În triunghiul ABC, AD=DC $\Rightarrow \Delta ADC$ isoscel, DE-bisectoare $\Rightarrow$ DE înălțime. $DE \perp AC, AB \perp AC \Rightarrow DE \parallel AB$	**1p** **1p**
	b) $DE \parallel AB, BE$ -secantă $\Rightarrow \measuredangle ABE \equiv \measuredangle BED \Rightarrow \Delta BDE$ -isoscel $\Rightarrow DE = BD = DC \Rightarrow \Delta BEC$ -dreptunghic $\xrightarrow{t\measuredangle 30^\circ} EC = 6cm$ $BE = 6\sqrt{3}cm, A = 18\sqrt{3}cm^2$	**1p** **1p** **1p**
5.	**a)** ABMN,ANCM-romburi $\Rightarrow AB = AN = NC = CM = MB = MA = MN$ $\Rightarrow \Delta ABM, \Delta CMN$ echilaterale $\Rightarrow \measuredangle B = 60^\circ, \measuredangle BCA = 30^\circ, \measuredangle BAC = 90^\circ$	**1p** **1p**
	b) $\Delta BCP\left(\measuredangle B = \measuredangle C = 60^\circ\right)$-echilateral M-mijloc BC, N-mijloc CP, A-mijloc BP AMNP-romb	**1p** **1p** **1p**
6.	**a)** $AD' \parallel BC', OM \parallel DC' \Rightarrow \measuredangle\left(OM, AD'\right) = \measuredangle\left(BC', DC'\right) = \measuredangle DC'B$ $C'B = 3\sqrt{6}cm, C'O = 6cm, A = \dfrac{BD \cdot C'O}{2} = 18\sqrt{2}cm^2, \sin\left(\measuredangle DC'B\right) = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$	**1p** **1p**
	b) B-mijlocul segmentului AN $\Rightarrow AB = BN \Rightarrow BN = DC.$ Cum $BN \parallel DC \Rightarrow BNCD$ -paralelogram $CC' \parallel BB', CN \parallel BD, CC' \cap CN = \{C\}, BB' \cap BD = \{B\}$ $\Rightarrow \left(CC'N\right) \parallel \left(BB'D\right)$	**1p** **1p** **1p**