



## Examenul național de bacalaureat 2025 – simulare județeană

## Proba E. c)

## Matematică M\_pedagogic

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Fie  $(a_n)_{n \geq 1}$  o progresie aritmetică cu  $a_5 = 13$  și  $a_{19} = 55$ . Determinați termenul  $a_{12}$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = m - x, m \in \mathbb{R}$ . Determinați valoarea reală a lui  $m$  pentru care punctul  $P(m^2, m-1)$  este situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x - 2^{x+1} + 1 = 0$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr natural de două cifre acesta să aibă o cifră egală cu dublul celeilalte cifre.
- 5p** 5. Se consideră vectorii  $\vec{u} = a\vec{i} + \vec{j}$  și  $\vec{v} = 3\vec{i} + (a-2)\vec{j}, a \in \mathbb{R}$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care vectorii sunt coliniari.
- 5p** 6. În triunghiul  $ABC$  se cunosc  $AB = 3, A = 105^\circ$  și  $C = 30^\circ$ . Arătați că  $AC = 3\sqrt{2}$ .

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = 24(x + y - 23) - xy$ .
- 5p** 1. Arătați că  $24 \circ 2024 = 24$ .
- 5p** 2. Arătați că  $e = 23$  este element neutru.
- 5p** 3. Arătați că  $x = 24$  **nu** este element simetrizabil în raport cu legea de compoziție.
- 5p** 4. Arătați că media geometrică a soluțiilor ecuației  $\sqrt{x} \circ (4 + \sqrt{x}) = 24$  este un număr natural.
- 5p** 5. Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale,  $m < n$ , pentru care  $m \circ n = 9$ .
- 5p** 6. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $x \circ x \circ x \leq x \circ x$ .

## SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** 1. Arătați că  $A \cdot A = 6I_2$ .
- 5p** 2. Determinați valoarea reală a lui  $a$  pentru care  $A \cdot B + B \cdot A = aI_2$ .
- 5p** 3. Demonstrați că există  $m \in \mathbb{R}$  pentru care  $A \cdot A - mB \cdot B = O_2$ .
- 5p** 4. Determinați matricea  $X \in M_2(\mathbb{R})$  pentru care  $(A + B) \cdot X = A - B$ .
- 5p** 5. Determinați matricea  $X \in M_2(\mathbb{R})$  pentru care  $A \cdot B \cdot X = B \cdot A$ .
- 5p** 6. Determinați numărul natural  $n$  pentru care suma elementelor matricei  $A \cdot B \cdot B \cdot A$  este egală cu  $n^2$ .



## Examenul național de bacalaureat 2025 – simulare județeană

## Proba E. c)

## Matematică M\_pedagogic

## BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	Din $13 = a_1 + 4r$ și $55 = a_1 + 18r$ obținem $r = 3$ , $a_1 = 1$ sau $a_{12} = \frac{a_5 + a_{19}}{2}$	3p
	$a_{12} = a_1 + 11r = 34$ sau $a_{12} = \frac{13 + 55}{2} = 34$	2p
2.	$P(m^2, m-1) \in G_f \Rightarrow f(m^2) = m-1 \Rightarrow m - m^2 = m-1$	3p
	Soluții $m = \pm 1$	2p
3.	Notând $2^x = y$ obținem ecuația $y^2 - 2y + 1 = 0$ cu soluția $y = 1$ .	3p
	obținem $x = 0$ soluția ecuației.	2p
4.	Numărul cazurilor favorabile este 8, cazurile favorabile sunt $\{12, 21, 24, 42, 36, 63, 48, 84\}$ .	2p
	Numărul cazurilor posibile este 90.	2p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$	1p
5.	Dacă $\vec{u}, \vec{v}$ coliniari atunci $\exists \alpha \in \mathbb{R}^* \text{ a.t. } \vec{u} = \alpha \vec{v} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{1}{a-2} \Rightarrow$	3p
	Obținem $a^2 - 2a - 3 = 0$ și soluțiile $a_1 = 3$ , $a_2 = -1$ .	2p
6.	$B = 45^\circ$ , $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{3}{\frac{1}{2}} = \frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow$	3p
	$AC = 3\sqrt{2}$	2p

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$24 \circ 2024 = 24(24 + 2024 - 23) - 24 \cdot 2024 = 24 \cdot 2025 - 24 \cdot 2024 =$	3p
	finalizare	2p
2.	$x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 24(x + e - 23) - xe = 24(e + x - 23) - ex = x, \forall x \in \mathbb{R}$	3p
	$e = 23$	2p
3.	$x \circ x' = x' \circ x = 23 \Rightarrow 24 \circ x' = x' \circ 24 = 23 \Rightarrow 24(24 + x' - 23) - 24x' = 23$	3p
	Obținem o ecuație imposibilă	2p
4.	Notăm $\sqrt{x} = t$ și obținem ecuația $24 - (t - 24)(t - 20) = 24 \Rightarrow t_1 = 24$ , $t_2 = 20$	3p
	Obținem soluțiile $x_1 = 576$ , $x_2 = 400$ și media geometrică $\sqrt{576 \cdot 400} = 480$	2p

Probă scrisă la matematică M\_mate-info

Barem de evaluare și notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

5. $m \circ n = 24 - (m - 24)(n - 24) \Rightarrow (m - 24)(n - 24) = 15$	3p
Obținem soluțiile $(9, 23), (19, 21), (27, 29), (25, 39)$ .	2p
6. Inecuația devine $24 + (x - 24)^3 \leq 24 - (x - 24)^2 \Rightarrow (x - 24)^2 (x - 24 + 1) \leq 0$	3p
Soluție $x \in (-\infty, 23] \cup \{24\}$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. $A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 & 4-4 \\ 2+2 & 2+4 \end{pmatrix}$	3p
Obținem $A \cdot A = 6I_2$	2p
2. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$ și $B \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$	3p
Obținem $a = 1$	2p
3. $B \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 & -1+1 \\ -2+2 & 2+1 \end{pmatrix} = 3I_2$	2p
Obținem $6I_2 - 3mI_2 = O_2 \Rightarrow 6 - 3m = 0 \Rightarrow m = 2$	3p
4. $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ și $A - B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$	2p
$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a+3c & b+3d \\ 3a-c & 3b-d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{4}{5} \\ 1 & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$	3p
5. $A \cdot B \cdot X = B \cdot A \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$	3p
Obținem $X = \begin{pmatrix} -\frac{19}{18} & -\frac{4}{18} \\ \frac{5}{18} & -\frac{16}{18} \end{pmatrix}$ .	2p
6. $A \cdot B \cdot B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+20 & -8+8 \\ 5-5 & 20-2 \end{pmatrix} = 18I_2$	3p
Suma elementelor matricei este $18+0+0+18 = 36 = 6^2 \Rightarrow n = 6$	2p