



Examenul național de bacalaureat 2025 – simulare județeană

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

Filierea teoretică: profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică cu $a_5 = 13$ și $a_{20} = 58$. Determinați suma primilor douăzeci și patru de termeni ai progresiei.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = m - x, m \in \mathbb{R}$. Arătați că $(f \circ f)(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\log_5(2x+3) = \log_{25}(4x+6)$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr \overline{ab} din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă $a < b$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(1,3)$. Determinați aria triunghiului AOB .
- 5p** 6. Catetele triunghiului dreptunghic ABC sunt $AB = 12$ și $AC = 5$. Arătați că raza cercului înscris în triunghiul ABC este egală cu 2.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det(A+B) = -10$.
- 5p** b) Determinați valoarea reală a lui a pentru care $A \cdot B = aI_2 - B \cdot A$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $A \cdot B \cdot X = B \cdot A$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 24(x+y-23) - xy$.
- 5p** a) Arătați că $24 \circ 2024 = 24$.
- 5p** b) Determinați elementul neutru.
- 5p** c) Arătați că dacă $x \circ y = y \circ z = z \circ x$ atunci cel puțin două dintre numerele x, y, z sunt egale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 1 + \frac{8}{(x-1)^2}$.
- 5p** b) Arătați că dreapta $y = x + 1$ este asimptotă oblică la $+\infty$.
- 5p** c) Determinați coordonatele punctului situat pe graficul funcției în care tangenta la grafic este paralelă cu dreapta de ecuație $3x - y = 0$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x + 3x^2$.
- 5p** a) Calculați $\int (f(x) - 3x^2) dx$.
- 5p** b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Arătați că $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = e$.

Examenul național de bacalaureat 2025 – simulare județeană

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$S_{24} = \frac{24(a_1 + a_{24})}{2} = 12(a_1 + a_{24}) = 12(a_5 + a_{20}) =$ finalizare	3p 2p
2.	$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(m-x) =$ $= m - (m-x) = x$	3p 2p
3.	$\log_5(2x+3) = \frac{1}{2} \log_5(4x+6) \Leftrightarrow \log_5(2x+3)^2 = \log_5(4x+6) \Leftrightarrow (2x+3)^2 = 4x+6 \Leftrightarrow$ $x = -\frac{1}{2}$ este soluție.	3p 2p
4.	Numărul cazurilor favorabile este egal cu $C_9^2 = \frac{9!}{2!7!} = \frac{8 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 36$ Numărul cazurilor posibile este egal cu 90 $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}$	3p 1p 1p
5.	$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 6 + 0 + 0 - 0 - 0 - 1 = 5$ Obținem aria egală cu $\frac{1}{2} \cdot 5 = \frac{5}{2}$	3p 2p
6.	Aria triunghiului este egală cu $S = \frac{AB \cdot AC}{2} = 30$. $BC = \sqrt{144 + 25} = 13$ și semiperimetrul p este egal cu 15. Obținem $r = \frac{S}{p} = \frac{30}{15} = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\det(A+B) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 3 \cdot 3 = -1 - 9$ finalizare	3p 2p
	b) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$ și $B \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ Obținem $a = 1$	3p 2p

	c) $A \cdot B \cdot X = B \cdot A \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$	3p
	Obținem $X = \begin{pmatrix} -\frac{19}{18} & -\frac{4}{18} \\ \frac{5}{18} & -\frac{16}{18} \end{pmatrix}$.	2p
2.	a) $24 \circ 2024 = 24(24 + 2024 - 23) - 24 \cdot 2024 = 24 \cdot 2025 - 24 \cdot 2024 =$ finalizare	3p 2p
	b) $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 24(x + e - 23) - xe = 24(e + x - 23) - ex = x, \forall x \in \mathbb{R}$ $e = 23$	3p 2p
	c) $x \circ y = y \circ z \Leftrightarrow 24 - (x - 24)(y - 24) = 24 - (y - 24)(z - 24) \Leftrightarrow (y - 24)(x - z) = 0 \Leftrightarrow$ $y = 24 \text{ sau } x = z$	3p
	finalizare	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $f'(x) = \frac{2x \cdot (x-1) - (x^2-9) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 9}{(x-1)^2}$ finalizare	3p 2p
	b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 9}{x^2 - x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2 - 9)'}{(x^2 - x)'} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{2x - 1} = 1 \in \mathbb{R}^* \Rightarrow m = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-9}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-9)'}{(x-1)'} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1} = 1 \in \mathbb{R} \Rightarrow n = 1$	3p 2p
	c) $m = 3 \Rightarrow f'(x_0) = 3 \Rightarrow 1 + \frac{8}{(x_0 - 1)^2} = 3 \Rightarrow (x_0 - 1)^2 = 4 \Rightarrow x_0 = 3$ $f(3) = 0 \Rightarrow$ coordonatele punctului sunt $(3, 0)$	3p 2p
2.	a) $\int (f(x) - 3x^2) dx = \int (e^x + 3x^2 - 3x^2) dx = \int e^x dx =$ $= e^x + C$	3p 2p
	b) Fie o primitivă $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ $F'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow F$ crescătoare pe \mathbb{R} .	2p 3p
	c) $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = \int_1^e \frac{e^{\ln x} + 3(\ln x)^2}{x} dx = \int_1^e \frac{x + 3(\ln x)^2}{x} dx = \int_1^e \left(1 + \frac{3}{x} \ln^2 x \right) dx = \left(x + 3 \frac{\ln^3 x}{3} \right) \Big _1^e$	3p
	finalizare	2p